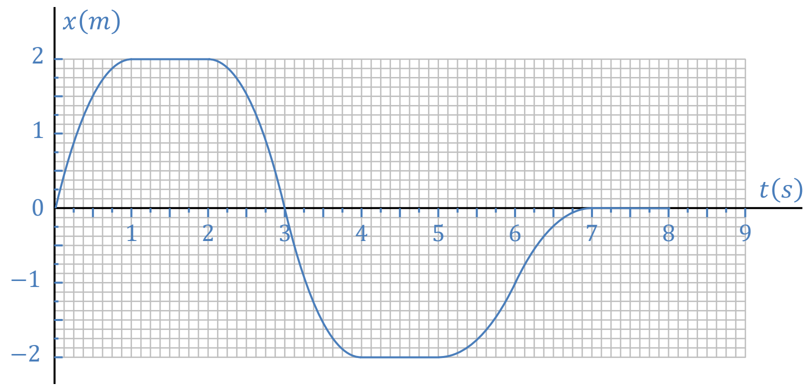
Série N° 2 – Cinématique

Exercice 1

La figure suivante indique le déplacement d'un point matériel selon l'axe Ox en fonction du temps.



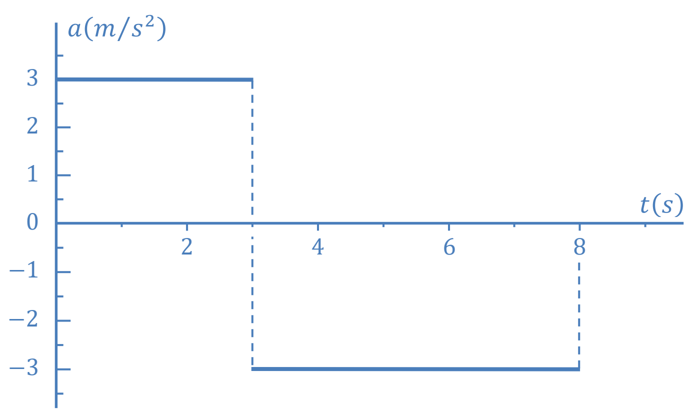
1. Déterminer la vitesse moyenne durant les intervalles de temps $[0;3]_s$ et $[2;5]_s$.
2. Déterminer la vitesse instantanée aux temps $t = 0{,}5\ s$, $t = 3\ s$ et $t = 4{,}5\ s$.
3. Indiquer à quels instants le mouvement se fait dans la direction des x positives et à quels instants dans celui des x négatives.
4. Représenter sur un graphique la vitesse en fonction du temps.

Exercice 2

On donne ci-dessous le diagramme des accélérations d'un point matériel animé d'un mouvement rectiligne suivant la direction de l'axe Ox.

Sachant qu'à $t = 0\ s$: $v = 0\ m/s$ et $x = 0\ m$:

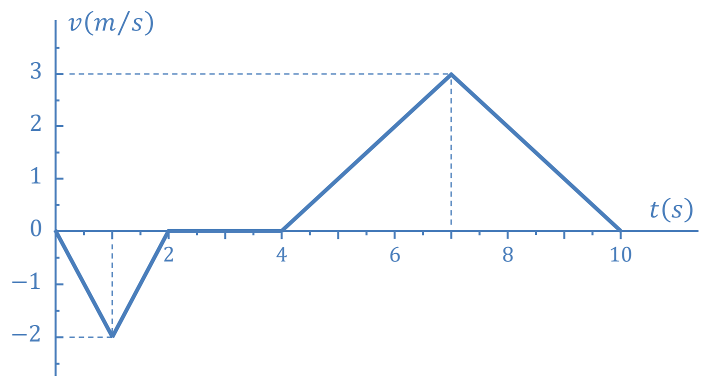
1. Tracer le diagramme des vitesses.
2. Tracer le diagramme des espaces.
3. Donner les équations horaires $a(t)$, $v(t)$ et $x(t)$.



Exercice 3

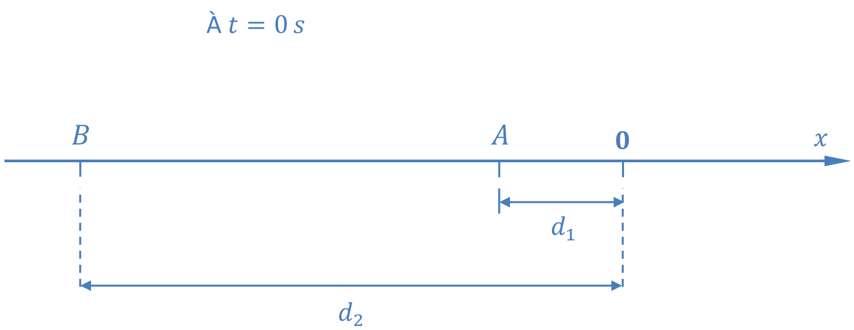
On donne ci-dessous le diagramme des vitesses d'un mobile animé d'un mouvement rectiligne tel qu'à $t = 0\,s$, $x = 0\,m$.

1. Tracer les diagrammes des accélérations et des espaces entre les instants : $t = 0\,s$ et $t = 10\,s$.
2. Déterminer la nature du mouvement dans chaque phase.
3. Évaluer la distance parcourue entre $t = 0\,s$ et $t = 10\,s$.
4. Représenter sur la trajectoire, les vecteurs : position, vitesse et accélération à $t = 8\,s$.
   Échelles : $1\,cm \to 1\,m$; $1\,cm \to 1\,m/s$; $1\,cm \to 1\,m/s^2$.



Exercice 4

Une voiture A est arrêtée à un feu rouge à une distance $d_1 = 3\,m$. Le feu devient vert et A démarre avec une accélération constante $a_1 = 3\,m/s^2$. Au même moment, une autre voiture B roulant à vitesse constante $V_2 = 54\,km/h$ se trouve à une distance $d_2 = 24\,m$ du feu tricolore (0) (voir figure ci-dessous).



1- Déterminer les équations horaires $x_1(t)$ et $x_2(t)$ des voitures A et B respectivement.

2- Déterminer les instants des dépassements ainsi que les positions de A et B à ces instants.

3- Si la voiture B roulait à la vitesse $V_2 = 36\,km/h$ pourrait-elle rattraper la voiture A ? Calculer dans ce cas, l'instant pour lequel la distance qui sépare les deux voitures est minimale. En déduire cette distance.

Exercice 5

Un point matériel M décrit un mouvement rectiligne sur un axe Ox. Son accélération est donnée pour deux cas :

Cas 1 : $a = -kV$.
Cas 2 : $a = -kV^2$.

Sachant qu'à $t = 0\,s$, $V = V_0$ et $x = 0\,m$, déterminer dans les deux cas, les expressions $V(t)$ et $x(t)$ de sa vitesse et de sa position.

Exercice 6

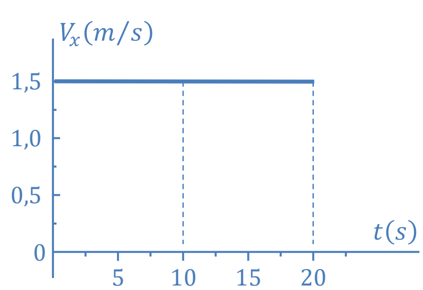
Les équations paramétriques du mouvement d'un point matériel en coordonnées cartésiennes sont :

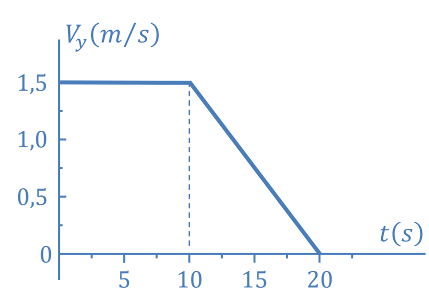
$\begin{cases} x = t^2 \\ y = (t-1)^2 \end{cases}$, pour $t \geq 0$, t en seconde, x et y en mètre.

1. Représenter la trajectoire dans le plan (xOy). Échelle : $1\,cm \rightarrow 1\,m$.
2. Déterminer :
   a. Les vecteurs vitesse et accélération du point matériel.
   b. Les composantes tangentielle et normale de l'accélération.
   c. Le rayon de courbure de la trajectoire.
3. Soit α l'angle entre le vecteur vitesse et le vecteur accélération. Écrire l'accélération tangentielle en fonction de α.
4. Représenter sur la trajectoire, les vecteurs vitesse et accélération à $t = 1\,s$, en utilisant l'échelle : $1\,cm \rightarrow 1\,m/s$ et $1\,cm \rightarrow 1\,m/s^2$.

Exercice 7

Soit un mobile M se déplaçant sur le plan (xOy). On donne ci-dessous les graphes des composantes $V_x(t)$ et $V_y(t)$ de sa vitesse. À $t = 0\,s$, $x = y = 0\,m$.





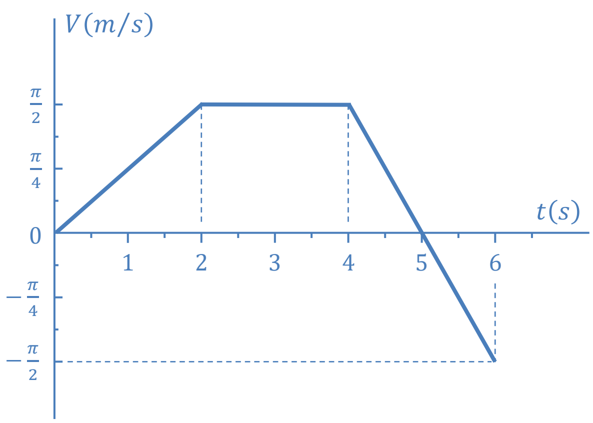
1. Représenter la trajectoire décrite par M entre $t = 0\,s$ et $t = 20\,s$.
   Échelle $1\,cm \rightarrow 2{,}5\,m$.
2. Quelle est la distance parcourue entre $t = 0\,s$ et $t = 10\,s$?
3. Représenter les graphes $a_x(t)$ et $a_y(t)$. Préciser les échelles.
4. Représenter sur la trajectoire les vecteurs vitesse et accélération aux instants $t = 5\,s$ et $t = 20\,s$.
   Échelles : $1\,cm \rightarrow 1\,m/s$ et $1\,cm \rightarrow 0{,}1\,m/s^2$.

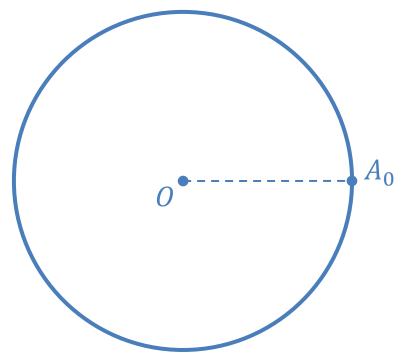
Exercice 8

Entre les instants $t = 0\,s$ et $t = 6\,s$, un mobile se déplace sur un cercle de rayon $R = 1\,m$ avec la vitesse V représentée sur le graphe ci-après.

La trajectoire est orientée dans le sens trigonométrique et le mobile se trouve en A_0 à $t = 0\,s$, $S_0 = 0\,m$. S étant l'abscisse curviligne.

1. Calculer l'abscisse curviligne du mobile aux instants $t = 1\,s$ et $t = 6\,s$.
2. Représenter sur le cercle leurs positions correspondantes A_1 et A_6.
3. Représenter également les vecteurs vitesses à ces différents instants à l'échelle : $1\,cm \to \frac{\pi}{4} m/s$.
4.
   a. Donner les valeurs des composantes tangentielle a_t et normale a_n de l'accélération aux instants $t = 1\,s$ et $t = 6\,s$.
   b. Représenter ces composantes ($\overrightarrow{a_t}$ et $\overrightarrow{a_n}$) sur le cercle à l'échelle : $1\,cm \to \frac{\pi}{4} m/s^2$.





Exercice 9

Les équations paramétriques du mouvement d'un point M en coordonnées polaires sont données par :

$$\begin{cases} r(t) = r_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} t\right) \\ \theta(t) = \frac{\pi}{4} t \end{cases},$$

où r_0 est une constante positive, et $0 \leq t \leq 4s$.
r est donnée en mètre, t en seconde et θ en radian.

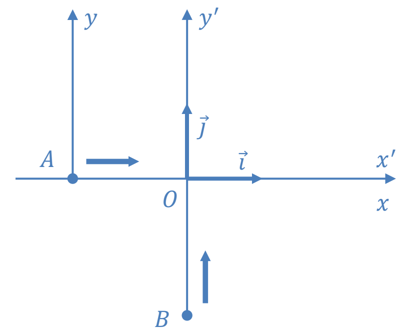
1. Représenter la trajectoire du point M.
2.
   a. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération du point M.
   b. Trouver l'angle entre le vecteur vitesse et le vecteur accélération.
   c. Calculer le rayon de courbure de la trajectoire.
3. Écrire les équations de passage des coordonnées polaires (r, θ) aux coordonnées cartésiennes (x, y).
4. Trouver l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.

Exercice 10

Deux mobiles A et B démarrent en même temps pour se déplacer dans un plan horizontal fixe (Ox, Oy) Le mobile A se déplace suivant l'axe Ox et B suivant Oy (figure ci-contre).

Leurs coordonnées dans (Ox, Oy) sont à chaque instant données par :

$$\begin{cases} x_A = 2t - 4 \\ y_B = t^2 - 9 \end{cases}, \qquad x_A \text{ et } y_B \text{ sont exprimés en mètre et } t \text{ en seconde.}$$

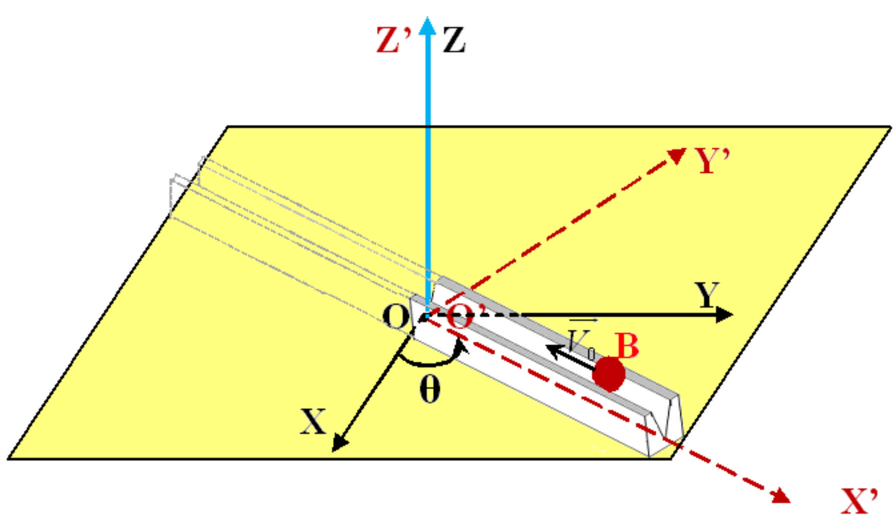


1. Écrire les coordonnées du mobile B dans le repère orthonormé (Ax', Ay').
2. Déterminer les vecteurs : vitesse $V_{B/A}$ et accélération $a_{B/A}$ par rapport au repère (Ax', Ay') lié à A.
3. Établir l'équation de la trajectoire de B dans ce repère et donner son allure.

Exercice 11

Une bille B roule à l'intérieur d'une rainure d'une règle, vers le point O, à vitesse constante V_0. La règle tourne dans le plan horizontal (XOY) à la vitesse angulaire constante ω. À l'instant $t = 0\ s$, la bille se trouve à la distance $OB = d$ et la règle est confondue avec l'axe OX.

1. Donner la vitesse et l'accélération de la bille dans le repère $R'(O', X', Y')$.
2. Déterminer la vitesse et l'accélération d'entraînement de R'/R.
3. Déterminer l'accélération de Coriolis.
4. Déterminer la vitesse et l'accélération absolues.



Exercices Complémentaires

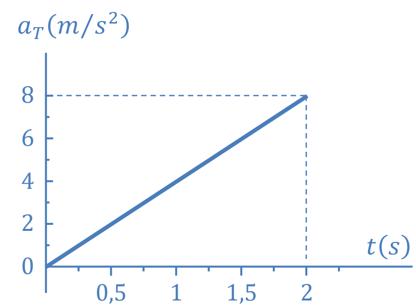
Exercice C1

Un mobile M, assimilé à un point matériel, est en mouvement sur le plan (xOy) avec une vitesse de module V_0 constant. L'équation de la trajectoire est donnée par $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$ pour $x \geq 0$.

1. Exprimer, en fonction de x, les composantes V_x et V_y du vecteur vitesse.
2. À $t = 0\,s$ le mobile se trouvait à l'origine $(x, y) = (0; 0)$. Trouver les équations du mouvement $x(t)$ et $y(t)$.
3. Déduire les composantes $V_x(t)$ et $V_y(t)$.

Exercice C2

Le graphe de l'accélération tangentielle a_T, d'une particule, est donné par la figure ci-dessous. Sachant qu'à $t = 0\,s$, $V_0 = 10\,m/s$ et $S_0 = 3{,}14\,m$ (S abscisse curviligne).



1.
   a. Trouver $V(t)$ l'expression de la vitesse en fonction du temps.
   b. Trouver l'équation horaire $S(t)$ donnant l'abscisse curviligne en fonction du temps.
2. Si la trajectoire est un cercle de rayon $R = 80\,m$
   a. Trouver l'équation horaire $\theta(t)$.
   b. Déterminer la composante normale a_N du vecteur accélération.
   c. Représenter les vecteurs vitesse et accélération à $t = 0\,s$.
   Échelles : $1\,cm \rightarrow 5\,m/s$, $1\,cm \rightarrow 1\,m/s^2$.